

基于译码重传 MIMO 两跳中继系统遍历容量分析

陈碧蓉, 张 静, 董建萍*

(上海师范大学 信息与机电工程学院, 上海 200234)

摘要: 在 MIMO (multiple input multiple output) 两跳中继系统下基于译码重传的中继协议, 给出了遍历容量的分析. 对于 MIMO 中继系统的无序特征值给出了概率密度函数的表达, 通过该概率密度函数在新随机矩阵理论下求得的封闭解, 得到了整个系统遍历容量的封闭解. 该解适用于任意天线布置的源节点、中继节点以及目的节点. 仿真结果发现遍历容量的理论分析和实际仿真结果吻合, 较简单的放大重传中继协议, 提高了遍历容量.

关键词: MIMO 中继; 编码重传; 概率密度函数; 遍历容量

中图分类号: TN 929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-5137(2012)04-0358-06

0 引言

中继信道^[1-2]首次提出之后, 由于其巨大的优势, 一直以来倍受青睐. 利用中继技术可以扩大无线通信覆盖范围, 提高无线通信的可靠性, 并且获得更好的无线分集增益, 同时在系统中引入中继技术能更好地抵抗无线信道不稳定所带来的信道衰落^[3-4]. 在中继技术蓬勃发展的同时, 对于中继协议的选择也应运而生. 其中运用最广泛的为直接放大转发模式 AF (amplify-and-forward) 以及译码转发模式 DF (decode-and-forward)^[5]. 采用 AF 中继协议时, 中继端接收源节点传来的信息后进行简单的放大重传; 采用 DF 中继协议时, 中继端接收源节点的信息后将对信息进行判决, 然后提取有用的信息进行译码调制重传. 同时 MIMO 中继系统较之前的 SISO 系统, 由于在源节点和目的节点都安置了多根天线, 提高了系统容量.

目前对 MIMO 中继系统已有了广泛关注. 在文献[6]中分析了基于 AF 中继策略下的遍历容量, 运用新随机矩阵理论得出了在源节点以及目的节点均为任意天线时的遍历容量的封闭解, 分析发现遍历容量收益有限, 有提高的空间. 在文献[7]中分析了 AF 中继策略下, 同时考虑直传信道和中继信道时的系统遍历容量. 在文献[8]中更换了中继策略, 考虑 DF 中继策略下, 系统为单输入单输出情况时的系统遍历容量.

本文作者运用新随机矩阵理论的分析方法, 对于 MIMO 两跳中继系统, 采用 DF 中继协议时, 就系统的遍历容量进一步研究, 理论分析和实验仿真可得, 系统遍历容量的理论分析与实际仿真结果基本一致, 采用译码转发模式后的系统遍历容量得以提高, 系统性能更加理想.

1 系统模型

采用 DF 中继协议的 MIMO 中继系统模型如图 1 所示.

收稿日期: 2012-02-29

基金项目: 上海师范大学科研项目(sk201129)

作者简介: 陈碧蓉(1987-), 女, 上海师范大学信息与机电工程学院硕士研究生; 张 静(1971-), 女, 上海师范大学信息与机电工程学院副教授; 董建萍(1964-), 女, 上海师范大学信息与机电工程学院副教授.

* 通信作者

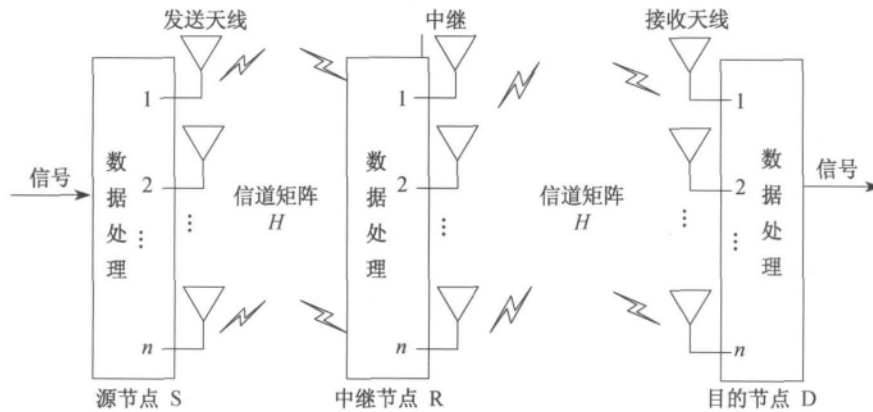


图 1 MIMO 两跳中继系统

在源节点 (S) , 中继节点 (R) 以及目的节点 (D) 分别安置 n_s, n_r, n_d 根天线, 并相应地对系统的信道状态信息作如下假设: 假设源节点到中继节点的信道可用信道矩阵假设为 $H_1 \in C^{n_r \times n_s}$, 同样的中继节点到目的节点的信道可用信道矩阵假设为 $H_2 \in C^{n_d \times n_r}$, 而源节点到目的节点的信道可用信道矩阵假设为 $H_3 \in C^{n_d \times n_s}$, 其中信道矩阵 H_1, H_2, H_3 分别为均值为 0 且相互独立的复高斯随机变量. 假定理想情况, 中继节点和源节点具有相同的码本信息, 并且由中继节点处的多天线协助信号的传输以便构成协作通信系统.

在第一时隙, 以半双工模式进行通信, 源节点发送信息到中继节点和目的节点. 整个系统采用 DF 中继协议, 信息到达中继节点后将进行校验, 如校验正确则以每符号能量 E_i 发射出去, 如校验不正确则该帧不参与本次协作通信. 在第二时隙, 仍然以半双工模式进行通信, 中继节点发送校验正确的信息到目的节点.

在第一时隙, 目的节点和中继节点接收到的信息分别为:

$$Y_D = H_3 \sqrt{E_3} s + Z_3 \quad (1)$$

$$Y_R = H_1 \sqrt{E_1} s + Z_1 \quad (2)$$

在第二时隙, 目的节点接收到的信息为:

$$Y_D = \sqrt{E_1} H_2 H_1 s + H_2 s Z_1 + Z_2 \quad (3)$$

在随后的 N 个时隙中, 所选中的中继节点对接收到的信号译码并转发到目的节点, 目的节点接收的信号为:

$$Y_{R,D} = \sum_N (H_{r,d} \sqrt{P_r} Y_{S,R_i} + N_{r,d}) \quad (4)$$

Z_1, Z_2, Z_3 分别为源节点到目的节点, 中继节点到目的节点, 以及源节点到目的节点的噪声, 均值为 0 相互独立的复高斯随机变量. 同时每根天线的功率为 $\frac{\rho}{n_s}$. $E\{ss^+\} = (\rho/n_s)$, $E\{Z_2 Z_2^+\} = I_{Z_2}$, $E\{Z_3 Z_3^+\} = I_{Z_3}$.

分别为源节点到中继节点, 中继节点到目的节点, 以及源节点到目的节点的平均功率. s 为源节点发送的信号, s_i 为在中继节点处理后的信号, 具体表达式如下:

$$s_i = \begin{cases} \sqrt{E_i} s & \text{中继判断信息正确} \\ 0 & \text{中继判断信息不正确} \end{cases} \quad (5)$$

2 遍历容量分析

从文献 [6] 可得采用 AF 中继协议时的 MIMO 中继系统遍历容量公式, 从文献 [8] 可得采用 DF 中继协议的瞬时容量公式. 根据文献 [6]、[8] 可推得采用 DF 中继协议时 MIMO 中继系统的遍历容量

公式为:

$$C_1(\rho) = \frac{1}{2} E \{ \log_2 \det (I_{n_s} + \frac{\rho F}{n_s} H_1^+ \Theta_1 H_1) \} \quad , \quad (6)$$

$$C_2(\rho) = \frac{1}{2} E \{ \log_2 \det (I_{n_r} + \frac{\rho F_1}{n_s} H_2^+ \Theta_2 H_2) \} \quad , \quad (7)$$

$$C(\rho) = \min(C_1(\rho) \quad C_2(\rho)) \quad . \quad (8)$$

式(6)、(7)中相关参数如下表示:

$$F = \sqrt{E_1} F_1 = \sqrt{E_2} \quad , \quad (9)$$

$$\Theta_1 = \begin{cases} \text{diag} \{ \frac{\lambda_1^2}{1 + F \lambda_1^2} , \dots , \frac{\lambda_{n_r}^2}{1 + F \lambda_{n_r}^2} \} \quad n_r \leq n_d \\ \text{diag} \{ \frac{\lambda_1^2}{1 + F \lambda_1^2} , \dots , \frac{\lambda_{n_r}^2}{1 + F \lambda_{n_r}^2} \underbrace{0 \dots 0}_{n_r - n_d} \} \quad n_r > n_d \end{cases} \quad , \quad (10)$$

$$\Theta_2 = \begin{cases} \text{diag} \{ \frac{\lambda_1^2}{1 + F_1 \lambda_1^2} , \dots , \frac{\lambda_{n_r}^2}{1 + F_1 \lambda_{n_r}^2} \} \quad n_r \leq n_d \\ \text{diag} \{ \frac{\lambda_1^2}{1 + F_1 \lambda_1^2} , \dots , \frac{\lambda_{n_r}^2}{1 + F_1 \lambda_{n_r}^2} \underbrace{0 \dots 0}_{n_r - n_d} \} \quad n_r > n_d \end{cases} \quad . \quad (11)$$

对于遍历容量的求解可以化解上述公式至其估算形式为:

$$C(\rho) = \frac{1}{2} E \{ \log_2 \det [I_{n_s} + \frac{\rho F'}{n_s} \tilde{H}^+ \Theta_1 \tilde{H}] \} \quad . \quad (12)$$

设

$$q = \min(n_d \quad n_r) \quad L = \text{diag} \{ \lambda_i^2 / (1 + F' \lambda_i^2) \}_{i=1}^q \quad , \quad (13)$$

将系统的遍历容量转化为含有无序特征值分布的概率密度函数的形式^[6]:

$$C(\rho) = \frac{s}{2} \int_0^\infty \log_2 (1 + \frac{\rho F'}{n_s} \lambda) f_\lambda(\lambda) d\lambda \quad . \quad (14)$$

$S = \min(n_s \quad n_d \quad n_r)$ λ 为随机估算矩阵 $\tilde{H}^+ \tilde{L} \tilde{H}$ 的无序特征值 $f_\lambda(\lambda)$ 为相关的概率函数. 根据概率密度函数 $f_\lambda(\lambda)$ 在任意天线布置下的封闭解, 再根据此封闭解得到 MIMO 两跳中继系统采用 DF 中继策略下的遍历容量. 在化简前定义如下符号表达量:

$$A_i = \lambda_i^2 \quad , \quad (15)$$

$$B_i^2 = \lambda_i^2 / (1 + F' \lambda_i^2) \quad (i = 1 \quad ; \dots \quad q) \quad , \quad (16)$$

$$p = \max(n_d \quad n_r) \quad . \quad (17)$$

通过新随机矩阵理论的辅助定理可得 随机估算矩阵 $\tilde{H}^+ \tilde{L} \tilde{H}$ 的无序特征值 λ 的概率密度函数, 并且整个系统遍历容量制约于条件 L 此时的表达式为:

$$f_{\lambda|L}(\lambda) = \frac{1}{s \prod_{i < j} (\beta_j - \beta_i)} \times \sum_{l=1}^q \sum_{k=q-s+1}^q \frac{\lambda^{n_s+k-q-1} e^{-\lambda/\beta_l^{q-n_s-1}}}{\Gamma(n_s - q + k)} D_{l,k} \quad , \quad (18)$$

式(18)中 $D_{l,k}$ 是 $q \times q$ 的矩阵 $D_{l,k} = \rho_l^{k-1}$.

为了具体估算系统遍历容量, 去除概率密度函数的限制条件 L , 根据新随机矩阵理论的辅助定理, 建立 $B_1 \quad B_2 \dots B_q$ 的联合概率密度函数的封闭解 $B_1 \quad B_2 \dots B_q$ 任意选择可得关系式 $\{ 0 \leq B_1 < \dots < B_q \leq \frac{1}{F} \}$

的联合概率密度函数为:

$$f(B_1, \dots, B_q) = k k \prod_{i < j}^q (B_j - B_i)^2 \prod_{i=1}^q \frac{B_i^{p-q} e^{-1-F'B_i}}{(1-F'B_i)^{p+q}}, \quad (19)$$

式(19)中:

$$k k = \left(\prod_{i=1}^q \Gamma(q-i+1) \Gamma(p-i+1) \right)^{-1}. \quad (20)$$

根据上述结论可得随机估算矩阵 $\tilde{H}^+ \tilde{L}H$ 的无序特征值的概率密度函数在没有约束下的表达:

$$f_\lambda(\lambda) = \frac{2e^{-\lambda F'} k k}{s} \sum_{l=1}^q \sum_{k=q-s-1}^q \sum_{i=0}^{q+n_s-l} \frac{\binom{q+n_s-l}{i} F'^{q+n_s-l-i}}{\Gamma(n_s-q+k)} \times \lambda^{(2n_s+2k+p-q-i-3)/2} \times k_{p+q-i-1}(2\sqrt{\lambda}) \times G_{l,k}, \quad (21)$$

其中 $K_{p+q-i-1}(\cdot)$ 是第二类贝塞尔函数;

$$\{G\}_{l,k} = F'^{q-p-l-k+1} \Gamma(p-q+m+n-1) \times U(p-q+m+n-1, p+q, \lambda/F'), \quad (22)$$

式(22)中 $U(p-q+m+n-1, p+q, \lambda/F')$ 为高维几何学函数^[9]. 经过复杂的数学推算, 得对 MIMO 两跳中继系统采用 DF 中继策略时, 给出了无序特征值的概率密度函数的表达, 同时通过该概率密度函数的表达式可进一步得到系统的遍历容量表达.

$$C(\rho) = \prod_{i=1}^q \Gamma(q-i-1) \Gamma(p-i+1)^{-1} \times \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{k=q-s+1}^q \sum_{i=0}^{q+n_s-l_s} \frac{\binom{q+n_s-l}{i} F'^{q+n_s-l-i}}{\Gamma(n_s-q+k)} G_{l,k} T, \quad (23)$$

$$T = \int_0^\infty \log_2 \left(1 + \frac{\rho F'}{n_s} \lambda \right) e^{-\lambda F'} \lambda^{(2n_s+2k+p-q-i-3)/2} k_{p+q-i-1}(2\sqrt{\lambda}) d\lambda. \quad (24)$$

最后将整个系统的遍历容量的估算结果代入 $C(\rho) = \min(C_1(\rho), C_2(\rho))$, 取其中较小的部分.

至此便完成了采用新随机矩阵论方法对系统遍历容量的求解过程, 在求解过程中发现, 采用众多的数学公式, 首先因为在求解过程中要定义很多新的变量, 更为本质的一点在于对无线系统遍历容量的分析难点是对数学模型的化简. 当 MIMO 两跳中继系统采用译码转发协议时, 由于涉及矩阵论的知识, 化简求其封闭解有一定的理论难度. 所以在完成上述理论推导之后, 本文作者将采用实验仿真结果来验证.

3 仿真结果与分析

实验仿真主要从两个方面来验证上文的理论推导分析:

(1) 理论分析与实际仿真的通信系统是否一致, 从而可推知上文理论分析推导的正确性.

(2) 在中继节点处采用译码转发中继策略之后, 系统的遍历容量性能是否优于采用直接放大转发的中继策略以验证, 本文所提更换中继策略是否可以收获更好的系统遍历容量性能.

采用蒙特卡罗仿真, 假设在中继节点处检验信号正确后的发射功率是源节点发射功率的两倍, 同时假设源节点上每根天线的功率归一化为 1.

由图 2 可得系统采用蒙特卡罗算法来模拟 MIMO 两跳中继系统的环境所得到的仿真结果与作者的理论分析结果近似一致. 在具体的仿真实验中采用了如下 2 组实验数据, 分别假设源节点、中继节点以及目的节点上的天线配置为 (3, 6, 8) 和 (2, 5, 4). 根据仿真结果可得蒙特卡洛的仿真结果和理论分析基本吻合. 采用 DF 中继转发策略时理论分析与实际结果仿真如图 2 所示:

同时, 在实验验证仿真结果与理论分析一致的情况下, 可证实采用新随机矩阵理论的分析是可行的. 在这种情况下, 判别在中继节点处采用译码转发中继策略的优越性, 可以通过与在中继节点处采用

放大转发中继策略时 MIMO 两跳中继系统比较可得. 在仿真实验数据中, 列举了两组仿真数据, 分别假设源节点、中继节点, 以及目的节点的天线配置数为 (3, 4, 5) 和 (2, 3, 2). 当源节点和目的节点所采用的天线配置数目不同的第一组数据, 或者源节点和目的节点采用相同天线配置数目的第二组数据. 仿真结果显示(图 3) 在中继节点处采用译码转发(DF) 模式下系统的遍历容量性能都优于在中继节点处采用放大转发(AF) 模式下系统的遍历容量性能. 所以可得在中继节点处采用不同的中继策略直接导致了中继节点处的处理函数不一致, 由于中继策略所导致的放大因子不同会在某种程度上影响系统部分判别性能, 进而影响了系统的遍历容量.

采用 DF 中继转发策略的系统遍历容量与采用 AF 中继转发策略的系统遍历容量性能对比仿真图如图 3 所示.

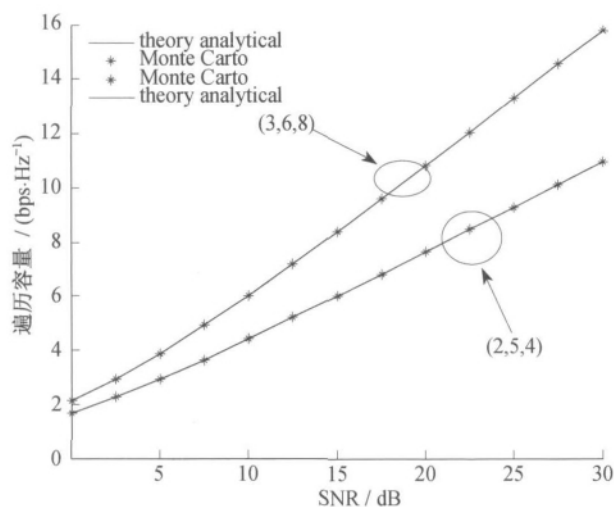


图 2 遍历容量的理论分析和实际仿真对比图

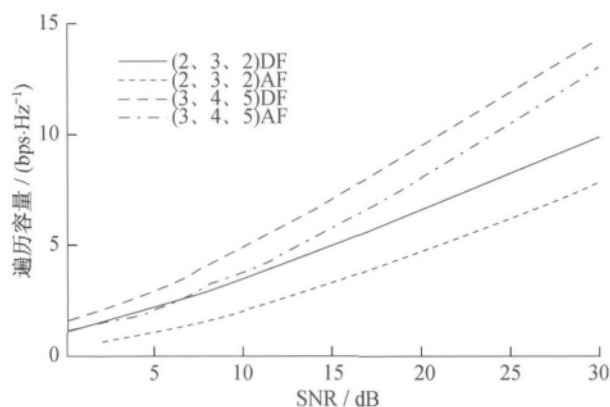


图 3 不同天线配置时 DF 和 AF 策略下系统遍历容量比较

4 结 语

本文作者对 MIMO 中继系统进行研究^[10], 并通过数学建模模型推导出了采用 DF 中继策略时 MIMO 系统遍历容量的表达. 研究过程中发现由于数学建模过程中牵涉到矩阵模型, 分析复杂, 通过借助于新随机矩阵理论的知识来可以简化相应的数学模型. 推导所得的系统遍历容量进行实验仿真, 仿真结果可知, 理论分析与实际所得结果基本拟合. 同时通过实验仿真表明 MIMO 系统采用 DF 中继策略时的系统容量相比于采用 AF 中继策略时得到明显提高, 特别在 30dB 的信噪比情况下, 提高了系统遍历容量. 但是本文局限于只在仿真上实现了两种中继协议的比较, 没有在理论上对系统的遍历容量做出对比, 所以这将是接下去研究的方向^[11].

参考文献:

- [1] DER V. Three-terminal communication channels[J]. Adv appl Prob, 1971, 3: 120 - 154 ,
- [2] COVER T M ,GAMA A E. Capacity theorems for the relay channel [J]. IEEE Trans Inform Theory ,1979, 25(5) : 572 - 584.
- [3] SENDONARIS A ,ERKIP E ,AAZHANG B. User cooperation diversity-Part I: system description [J]. IEEE Trans Commun, 2003, 51(11) :1927 - 1938
- [4] SENDONARIS A ,ERKIP E B. User cooperation diversity. Part II implementation aspects and performance analysis [J].

- IEEE Trans Commun 2003 51(11):1939–1948.
- [5] LANEMAN J N, TSE D N C, WORNELL G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior [C]. IEEE Trans Inf Theory 2004 50:3062–3080.
- [6] JIN S, MCKAY M R, ZHONG C, et al. Ergodic capacity analysis of amplify-and-forward MIMO dual-hop systems [J]. Proc IEEE Int Symp Information Theory (ISIT) 2008 56(5):1903–1907.
- [7] FIRAG A, SMITH P, MCKAY J. Capacity analysis for MIMO two-hop amplify-and-forward Relaying systems with the source to destination link [C]. Communications 2009 ICC '09 IEEE International Conference, Christchurch: Dept of Electr & Comput Eng University of Canterbury 2009.
- [8] REZA NIKJAH, NORMAN C, Beaulieu. Exact Closed-Form Expressions for the Outage Probability and Ergodic Capacity of Decode-and-Forward Opportunistic Relaying [C]. Global Telecommunications Conference, Edmonton: Dept Electr Comp Eng University of Alberta Edmonton 2009.
- [9] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of Integrals, Series, and Products [M]. 6th ed. San Diego, California: Academic Press 2000.
- [10] 张莹, 赵慧元, 喻武龙. MIMO 信道容量研究与仿真 [J]. 信息通信 2012(1):15–18.
- [11] 吴秋莹. MIMO 技术在 LTE 系统中的应用及发展 [J]. 中国新技术新产品 2012(2):28–29.

Ergodic capacity analysis for MIMO two-hop relay system based on decode-and-forward

CHEN Bi-rong, ZHANG Jing, DONG Jian-ping*

(College of Information Mechanical and Electrical Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 200234)

Abstract: This paper presents an ergodic capacity analysis of MIMO two-hop relaying systems based on the relay protocol of decode-and-forward. Firstly the expression for the probability density function of an unordered eigenvalue of the system is derived. Then a closed-form solution of the ergodic capacity of the entire system is given through the probability density function based on a new random matrix theory. This closed-form solution can be used not only to the SISO system but also to the source relay and destination of arbitrary numbers of antennas. The result of simulations shows that the theory analysis matches the simulations and the ergodic capacity is improved in comparison with the simple relay protocol of amplify-and-forward.

Key words: MIMO relay; decode-and-forward; probability density function; ergodic capacity

(责任编辑:包震宇)